

## Применение методов интервального анализа к цифровой обработке данных корабельного компаса

Хау Ву Ксан<sup>1</sup>, С.И. Кумков<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup> Институт радиоэлектроники и информационных технологий, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия; e-mail: hauxuanhd@gmail.com

<sup>2</sup> Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, Уральское отделение Российской академии наук, Екатеринбург, Россия; e-mail: sikumkov@gmail.com

**Аннотация.** В статье описываются результаты применения методов интервального анализа к цифровой обработке реальной зашумленной информации магнитного курса от корабельного цифрового магнитного компаса. Функционирование алгоритмов оценивалось как при постоянном курсе корабля, так и при выполнении им разворота. Показано, что в условиях неопределенности вероятностных характеристик шумовой компоненты в измерении сигнала, интервальный подход обеспечивает существенно лучшую точность обработки по сравнению со стандартным статистическим подходом.

**Ключевые слова.** Цифровой корабельный магнитный компас, магнитный курс, зашумленная информация, цифровая обработка, стандартный статистический подход, методы интервального анализа, выходная информация, оценки точности

## Application of interval analysis to digital proccession of data from ship magnetic compass

Hau Vu Xuan<sup>1</sup>, Sergey I. Kumkov<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup> Institute of Radioelectronics and Information Technologies, B.N. Yeltsyn Ural Federal University, Ekaterinburg, Russia; e-mail: hauxuanhd@gmail.com

<sup>2</sup> N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences, Ekaterinburg, Russia; e-mail: sikumkov@gmail.com

**Abstract.** The paper presents results of application of interval analysis methods to digital processing of noised data from the ship digital magnetic compass. Noises and chaotic corruptions of the data are stipulated by influence of the ship electric mechanisms and power nets. The problem of processing the noised data is formulated as follows: to filtrate off the noised components and to obtain enhanced estimations of the current magnetic course and its accuracy. Data for processing

is presented as a short sample of measurements of the magnetic course and any probability characteristics of the summary noise components are unknown. Actually, only reasonable interval constraints on maximal modulus (bounds) onto these components can be shown. Under such uncertainty conditions, the standard mathematical statistics methods can be applied only in a formal way. As the alternative, methods of Interval Analysis can be used, since they do not need information on the probability characteristics of the noising components. In contrast to the statistical approaches, the interval procedures give the guaranteed information set of the process admissible parameters and the guaranteed interval of values of the current magnetic course. For the user the following information is provided. The central point of such interval is given out as a pointwise estimate of the current course, the half of the interval presents the accuracy of this estimate, and the tube of admissible values of the process under observation is also calculated. Investigations of the elaborated interval algorithms were performed both under the constant course of the ship and under performing the turn maneuver. The real primary data of the ship digital magnetic compass were used. For comparison, estimations were calculated on the basis of formal application of the standard least squares method. It was shown that under mentioned uncertainty conditions the interval approach gives crucially better estimates.

**Keywords.** Ship magnetic compass, magnetic course, noised data, digital procession, standard statistical approach, methods of interval analysis, output information, accuracy estimate

## 1. Введение

Наряду с широко используемыми стандартными гироскопными компасными системами [1] в практику корабельной навигации внедряются перспективные цифровые магнитные компасные (ЦМК) системы. Однако при их разработке и эксплуатации встает проблема обработки информации магнитного курса, содержащей шум и наводки со стороны электрических систем корабля [2].

В настоящее время существует несколько математических подходов к решению задач обработки и фильтрации. Однако большинство из них опирается на использование информации о вероятностных характеристиках шумовых компонент сигнала. Например, такие классические методы, как Калмановская фильтрация или методы математической статистики (включая стандартный регрессионный метод наименьших квадратов) [3; 4], ориентированы на *нормальное* (гауссовское) распределение плотностей вероятностей шумовой компоненты. Альтернативой является подход на основе интервального анализа, который был предложен в пионерской работе Л.В. Канторовича [5]. В настоящее время успешно развиваются как теоретические, так и прикладные — вычислительные аспекты данного направления обработки зашумленной информации [6–8]. Здесь используется *только* информация о максимальной величине (максимальном ограничении

по модулю) погрешности измерения. При этом в рассматриваемой задаче каждому зашумленному измерению магнитного курса ставится в соответствие интервал неопределенности его возможных значений; физический смысл интервала неопределенности — это область возможных значений сигнала, содержащая неизвестную истинную измеряемую величину. По набору измерений магнитного курса (т.е. по набору интервалов их неопределенности) в соответствии с принятым описанием модели измеряемого процесса, строится *информационное множество* допустимых значений ее параметров и уточняется *трубка* допустимых траекторий (зависимостей) процесса. Методы интервального анализа успешно применялись при решении подобных задач обработки зашумленной экспериментальной информации [9–12].

Для полноты исследования, в настоящей работе расчеты выполнялись на реальной зашумленной информации, как при постоянном магнитном курсе корабля, так и при выполнении судном разворота. Показано, что в условиях неопределенности вероятностных характеристик шумовой компоненты в измерении сигнала интервальный подход обеспечивает существенно лучшую точность выходной отфильтрованной информации. Для сравнения произведены расчеты стандартным методом наименьших квадратов [4].

Статья организована следующим образом. В Разделе 2 рассматриваются особенности первичной информации цифрового магнитного компаса, и формулируется задача исследования. В Разделе 3 описываются основные математические соотношения обработки на основе как стандартного МНК, так и на основе процедур интервального анализа. Результаты обработки реальной зашумленной информации приведены в Разделе 4.

Дается Заключение по работе и приводится список цитированных источников.

## 2. Особенности информации магнитного курса.

### Постановка задачи исследования

По результатам работы ЦМК на заданном интервале  $[0, T]$  наблюдения, в моменты  $t_n$  измерений получена выборка  $N$  значений  $\psi_n$  магнитного курсового угла

$$\{t_n, \psi_n\}, t_n \in [0, T], n = 1, N. \quad (1)$$

При *аддитивной* модели зашумления, каждое полученное измерение  $y_n$  имеет следующую структуру:

$$\psi_n = \Psi_n + e_n, n = 1, N, |e_n| \leq e_{\max}, \quad (2)$$

где  $\Psi_n$  — неизвестная измеряемая истинная величина магнитного курса;  $e_n$  — погрешность  $n$ -го измерения, ограниченная по модулю величиной  $e_{\max}$ .

Вероятностные характеристики погрешности измерения *неизвестны*, а погрешности в соседних измерениях *независимы* между собой.

Для каждого измерения  $\psi_n$  по модели (2) рассчитываются нижняя  $_{-}\psi_n$  и верхняя  $_{+}\psi_n$  границы интервала неопределенности  $H_n$

$$H_n = [_{-}\psi_n, _{+}\psi_n], n = 1, N: _{-}\psi_n = \psi_n - e_{\max}, _{+}\psi_n = \psi_n + e_{\max}. \quad (3)$$

Напомним, что физический смысл интервала неопределенности (3) – *это область возможных значений сигнала, содержащая неизвестную истинную измеряемую величину.*

В случае *постоянного магнитного курса* судна, функция, описывающая процесс изменения измеряемой магнитной компоненты от времени  $t$ , является константой на всем интервале наблюдения

$$\Psi_1(t) = \text{Const}, t \in [0, T], \quad (4)$$

а в случае *разворота судна с постоянной угловой скоростью*, изменение его курсового угла описывается линейной функцией  $\Psi_2(t)$

$$\Psi_2(t) = \Psi_n + \omega t, t \in [0, T], \quad (5)$$

где  $T$  – момент окончания наблюдения (1);  $\Psi_n$  – начальное значение описывающий функции на момент  $t = 0$ ;  $\omega$  – угловая скорость изменения магнитного угла, полагается постоянной на рассматриваемом интервале времени наблюдения. Здесь величины  $\Psi_n$  и  $\omega$  являются параметрами, подлежащими определению (оцениванию).

**Формулировка задачи:** для заданной выборки замеров (1), при модели зашумления (2) и соответствующей описывающей функции (4) или (5) требуется найти *текущую величину курса и оценку ее точности.*

### 3. Основные математические соотношения цифровой обработки информации

#### Обработка стандартным методом наименьших квадратов

Поскольку вероятностные характеристики погрешности измерений неизвестны, стандартные статистические методы (например, [4]) можно применять только формально.

Для случая *постоянства* магнитного угла при описывающей функции (4) используются простые стандартные соотношения. Выходная оценка на момент  $T$  окончания наблюдения рассчитывается как математическое ожидание выборки

$$\psi_T = (\sum_{n=1, N} \psi_n) / N. \quad (6)$$

Оценка среднеквадратического значения  $\sigma_T$  рассеяния выходной величины находится как

$$\sigma_T = \text{Sqrt}(\sum_{n=1, N} (\psi_n - \psi_T)^2 / (N - 1)). \quad (7)$$

Для случая переменного магнитного угла с описывающей функцией (5), стандартным методом наименьших квадратов [4] рассчитываются значения ее параметров и СКО

$$\psi_{H, \text{мнк}}, \omega_{\text{мнк}}, \sigma_{\text{мнк}}, \quad (8)$$

и определяются возможные безусловные интервалы начального значения и угловой скорости

$$[\_ \psi_{H, \text{мнк}}, + \psi_{H, \text{мнк}}], [\_ \omega_{\text{мнк}}, + \omega_{\text{мнк}}]. \quad (9)$$

Выходная оценка курса на момент  $T$  окончания интервала наблюдения вычисляется по функции (5)

$$\psi_{T, \text{мнк}} = \psi_{H, \text{мнк}} + \omega_{\text{мнк}} T. \quad (10)$$

### Обработка на основе интервального подхода

В случае постоянства магнитного угла при описывающей функции (4) выполняются следующие вычисления.

На момент  $T$  окончания наблюдения рассчитывается *информационный интервал*  $I_T(\psi)$  допустимых значений магнитного угла, совместных с заданной выборкой (1) и функцией (4). Нижняя  $\_ \psi$  и верхняя  $+ \psi$  границы этого интервала рассчитываются по формулам

$$I_T(\psi) = [\_ \psi, + \psi]: \_ \psi = \max_{n=1, N} \{ \_ \psi_n \}, + \psi = \min_{n=1, N} \{ + \psi_n \}. \quad (11)$$

Вследствие отсутствия информации о вероятностных характеристиках погрешностей измерений, выходная оценка  $\psi_T$  магнитного угла находится как середина интервала (11)

$$\psi_T = 0.5(+ \psi + \_ \psi), \quad (12)$$

а искомая оценка ее точности определяется как полуразмах интервала (12)

$$d\psi = 0.5(+ \psi - \_ \psi). \quad (13)$$

В случае переменного магнитного угла с описывающей функцией (5) используется следующая технология, созданная для обработки зашумленных экспериментальных данных [9–12]. Рассмотрим основные расчетные процедуры.

Для каждой пары интервалов  $H_i$  и  $H_j$ ,  $i = 1, N-1, j = i+1, N$ , неопределенности (3) замеров выборки (1) рассчитывается двумерное *парциальное информационное множество*  $G_{i,j}(\psi_n, \omega)$  [9–12] начального угла и угловой скорости, совместных с данной парой интервалов неопределенности.

$$G_{i,j}(\psi_n, \omega), i = 1, N-1, j = i+1, N. \quad (14)$$

Далее определяется *информационное множество*  $I(\psi_n, \omega)$  значений параметров  $\psi_n, \omega$ , совместных со всей выборкой замеров

$$I(\psi_n, \omega) = \bigcap_{i=1, N-1, j=i+1, N} G_{i,j}(\psi_n, \omega). \quad (15)$$

Данное множество характеризуется безусловными минимальными внешними оценками—интервалами параметров (минимальная внешняя box-оценка)  $[_\psi_n, ^+\psi_n]$  и  $[_\omega, ^+\omega]$ . Данные интервалы рассчитываются следующим образом

$$[_\psi_n, ^+\psi_n] : _\psi_n = \text{Arg}\{\min \psi_n \in I(\psi_n, \omega)\}, ^+\psi_n = \text{Arg}\{\max \psi_n \in I(\psi_n, \omega)\}, \quad (16)$$

$$[_\omega, ^+\omega] : _\omega = \text{Arg}\{\min \omega \in I(\psi_n, \omega)\}, ^+\omega = \text{Arg}\{\max \omega \in I(\psi_n, \omega)\}. \quad (17)$$

Поскольку вероятностные характеристики погрешностей измерения неизвестны, то для дальнейшего расчета “средней” аппроксимирующей зависимости используются средние точки этих интервалов

$$\psi_{n, \text{cp}} = 0.5 (^+\psi_n + _\psi_n) \text{ и } \omega_{\text{cp}} = 0.5 (^+\omega + _\omega), \quad (18)$$

сама средняя зависимость рассчитывается как

$$\psi_{\text{cp}}(t) = \psi_{n, \text{cp}} + \omega_{\text{cp}} t, t \in [0, T]. \quad (19)$$

В отличие от стандартного подхода с МНК, интервальный подход позволяет строить уточненную *трубку гарантированных — допустимых зависимостей* [9–12]. Данная трубка  $Tb(t)$  определяется своими нижней  $_\text{Тb}(t_n)$  и верхней  $^+\text{Тb}(t_n)$  границами, рассчитываемыми по информационному множеству (15) следующим образом:

$$Tb(t) = \{ _\text{Тb}(t_n), ^+\text{Тb}(t_n) \}, t_n \in [0, T], n = 1, N, \quad (20)$$

$$_\text{Тb}(t_n) = \min_{(\psi_n, \omega) \in I(\psi_n, \omega)} \{ \psi_n + \omega t_n \}, \quad (21)$$

$$^+\text{Тb}(t_n) = \max_{(\psi_n, \omega) \in I(\psi_n, \omega)} \{ \psi_n + \omega t_n \}, \quad (22)$$

Выходные величины рассчитываются следующим образом. На конечный момент  $T$  времени наблюдения по информационному множеству (15) вычисляется интервал  $[_\psi_T, ^+\psi_T]$  допустимых значений магнитного угла с нижней и верхней границами

$$_\psi_T = \min_{(\psi_n, \omega) \in I(\psi_n, \omega)} \{ \psi_n + \omega T \}, \quad (23)$$

$$^+\psi_T = \max_{(\psi_n, \omega) \in I(\psi_n, \omega)} \{ \psi_n + \omega T \}. \quad (24)$$

В рассматриваемом случае отсутствия информации о вероятностных характеристиках погрешностей измерений, выходная оценка  $\psi_T$  магнитного угла находится как середина интервала (16)

$$\psi_T = 0.5 (^+\psi_T + _\psi_T), \quad (25)$$

а искомая оценка ее точности определяется как полуразмах этого интервала

$$d\psi_T = 0.5 (^+\psi_T + _\psi_T). \quad (26)$$

#### 4. Результаты обработки реальной зашумленной информации

**Случай постоянного магнитного угла.** На всем времени наблюдения судно неподвижно стоит у пирса с постоянным магнитным курсом. Файл реальной выборки (моменты замеров  $t_n$  и зашумленные измерения  $\psi_n$  магнитного угла) и результаты обработки приведены на рис. 1. Длина выборки  $N = 23$  замера, данные поступали с тактом  $dt$  1 или 2 сек, полное время наблюдения  $T = 34$  сек. Ограничение (2) на максимальное значение погрешности измерения задавалось  $e_{\max} = 1.59$  градуса. Здесь замеры магнитного угла нанесены крестиками. Интервалы неопределенности  $H_n$  замеров отмечены вертикальными отрезками. Штриховые линии – МНК-линия и верхняя  $+2\sigma_{\text{МНК}}$  и нижняя  $-2\sigma_{\text{МНК}}$  границы допустимой (по МНК) области значений процесса. Жирный вертикальный отрезок в последний момент наблюдения – интервальная (11) оценка  $I_T(\psi)$  допустимых значений угла с верхней  $+\bar{\psi}$  и нижней  $-\bar{\psi}$  границами (штрих–пунктирные линии).

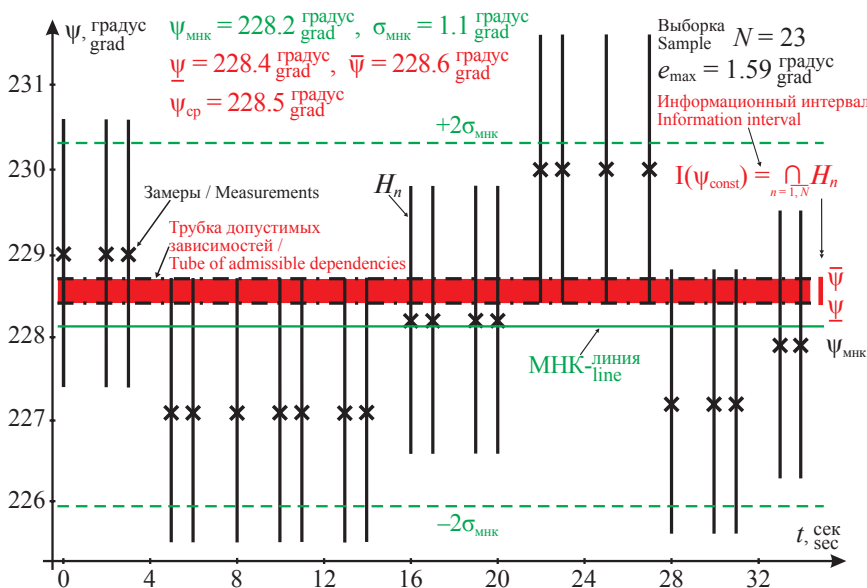


Рис. 1. Пример обработки данных ЦМК; судно стоит у пирса с постоянным курсом

Fig. 1. Example of processing the data from the digital magnetic compass; the ship stands at the pier

При стендовых испытаниях ЦМК погрешность измерения угла находилась на уровне  $\sim 0.4$ – $0.5$  градуса. При реальной эксплуатации на судне из-за электрических и магнитных наводок, максимальная погрешность измерения (рис. 1) возрастает до  $\sim 1.49$  градуса. Для интервальной обработки ограничение (2) на максимальное значение

погрешности задавалось  $e_{\max} = 1.59$  градуса, т.е. с 10% запасом. В конечный момент времени наблюдения оцениваемые параметры принимают следующие численные значения:

– для МНК выходная величина (6)  $\psi_T = 228.2$  градуса, СКО (7)  $\sigma_T = 1.1$  градуса;

– для интервального оценивания верхняя граница  $^+\psi = 228.6$  градуса, нижняя граница  $^-\psi = 228.4$  градуса, средняя выходная величина (12)  $\psi_T = 228.5$  градуса, полуразмах (13) ее интервала (точность)  $d\psi = 0.1$  градуса.

Сравнение информационного отрезка (12) и интервала  $[-2\sigma, +2\sigma]$  по МНК подтверждает, что учет дополнительной информации о максимальном ограничении  $e_{\max}$  на погрешность измерений в интервальном подходе позволяет получить более точную гарантированную оценку выходного значения магнитного угла и его точности. Отметим, что оценка  $\psi_T$  по МНК, строго говоря, недопустима в интервальном смысле, так как лежит вне (рис. 1) информационного интервала  $I_T(\psi)$ .

**Случай переменного магнитного угла.** На интервале времени наблюдения судно выполняет разворот с некоторой постоянной угловой скоростью. Файл реальной выборки (моменты замеров  $t_n$  и зашумленные измерения  $\psi_n$  магнитного угла, крестиками) приведен на рис. 2. Длина выборки замеров  $N = 30$ , поступление замеров идет с тактами  $dt$  1 и 2 сек, полное время наблюдения  $T = 43$  сек. Ограничение (2) на максимальное значение погрешности измерения задавалось  $e_{\max} = 0.79$  градусов.

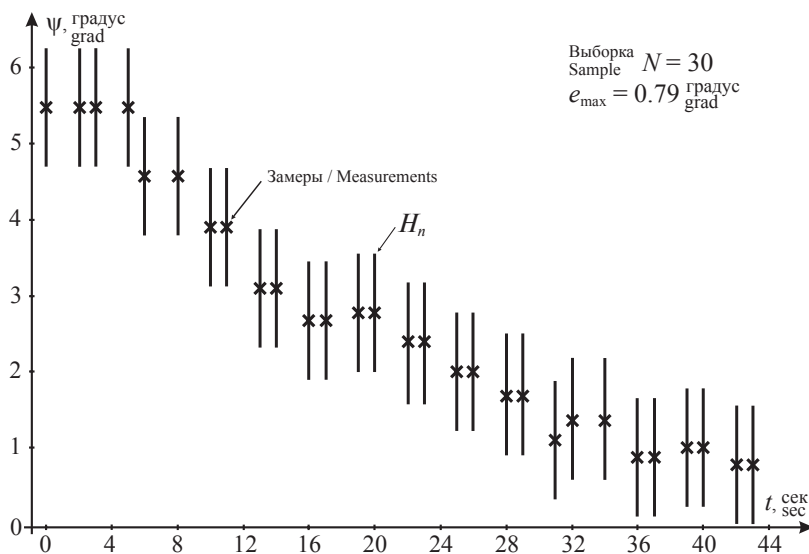
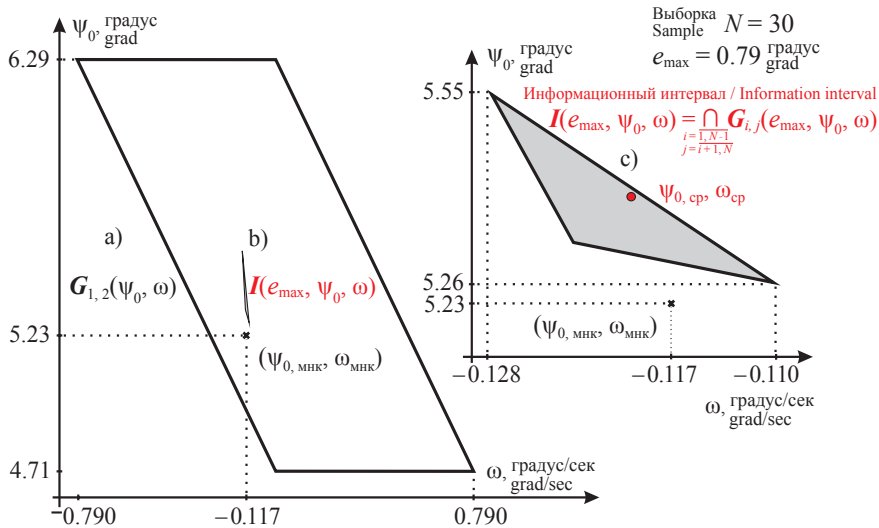


Рис. 2. Пример обработки данных ЦМК; судно разворачивается с постоянной скоростью

Fig. 2. Example of processing the data from the digital magnetic compass; the ship performs the turn with a constant angular velocity



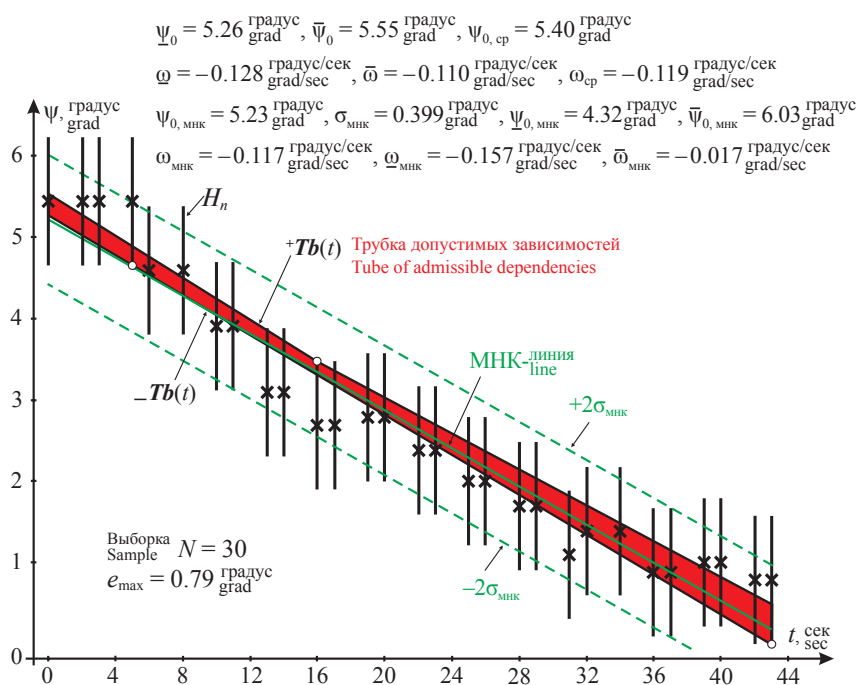
Результаты построения искомого множества  $I(\psi_n, \omega)$  значений параметров  $\psi_n, \omega$  представлены на рис. 3. Множество имеет вид неправильного многоугольника. Его минимальная внешняя box-оценка (16), (17) отмечена пунктирными сносками. Поскольку вероятностные характеристики погрешностей измерений неизвестны, то для дальнейших расчетов используется средняя (18) точка  $(\psi_{n, \text{ср}}, \omega_{\text{ср}})$  этого множества.



**Рис. 3.** Движение судна с разворотом; оценка информационного множества параметров: а) грубая оценка по двум первым замерам; б) сравнительный размер множества в мелком масштабе; в) информационное множество (увеличено); крестик — точка по МНК

**Fig. 3.** The ship performs the turn; estimation of the information set of parameters: а) the rough initial estimate on the basis of the first and second measurements; б) comparative size of the information set (small scale); в) the information set (zoomed scale); the cross is the least squares mean point

Трубка (20)–(22) допустимых зависимостей показана на рис. 4 (затенена). Здесь крестики — замеры магнитного угла. Интервалы неопределенности замеров отмечены вертикальными отрезками. Штриховые линии: МНК-линия и верхняя  $+2\sigma_{\text{МНК}}$  и нижняя  $-2\sigma_{\text{МНК}}$  границы допустимой (по МНК) области значений процесса. Нижняя  ${}_{-}Tb(t_i)$  и верхняя  ${}_{+}Tb(t)$  границы трубки  $Tb(t)$  допустимых значений процесса по интервальному оцениванию отмечены жирными сплошными линиями. Белыми кружками отмечены граничные точки тех интервалов неопределенности, которые формируют границы трубки. Отметим, что, строго говоря, точечная оценка  $\psi_{n, \text{МНК}}, \omega_{\text{МНК}}$  недопустима в интервальном смысле так как она лежит вне информационного множества (рис. 3) и соответствующая МНК-линия частично выходит за трубку допустимых зависимостей (рис. 4). Однако данная оценка является качественно полезной.



**Рис. 4.** Движение судна с разворотом; трубка допустимых зависимостей (серая заливка); оценка по МНК и  $\pm 2\sigma$  границы этой оценки (штриховые линии)

**Fig. 4.** The ship performs the turn; the tube of admissible dependences (colored in grey) by the interval approach; the estimate by the least squares method and its  $\pm 2\sigma$ -boundaries (in dashes)

Результаты обработки данного файла при линейном изменении угла принимают следующие численные значения:

– оценки (8) по МНК составляли  $\psi_{\text{но, мнк}} = 5.23 \text{ градуса}$ ,  $\omega_{\text{мнк}} = -0.117 \text{ градусов/сек}$ , СКО  $\sigma_{\text{мнк}} = 0.399 \text{ градусов}$ ; интервал (9) начального значения (с учетом величин  $\pm 2s_{\text{мнк}}$ )  $\psi_{\text{н, мнк}} = 4.32 \text{ градуса}$ ,  $\bar{\psi}_{\text{н, мнк}} = 6.03 \text{ градуса}$ , интервал (9) значения скорости (с учетом длины интервала наблюдения  $T$ )  $\omega_{\text{мнк}} = -0.157 \text{ градуса/сек}$ ,  $\bar{\omega}_{\text{мнк}} = -0.077 \text{ градуса/сек}$ ;

– для интервального оценивания безусловный минимальный внешний (16) интервал  $\psi_{\text{н}} = 5.26 \text{ градуса}$ ,  $\bar{\psi}_{\text{н}} = 5.55 \text{ градуса}$ , интервал (17) скорости  $\omega = -0.128 \text{ градуса/сек}$ ,  $\bar{\omega} = -0.110 \text{ градуса/сек}$ ; выходная средняя точка (18) информационного множества  $\psi_{\text{н, ср}} = 5.40 \text{ градуса}$  и  $\omega_{\text{ср}} = -0.119 \text{ градуса/сек}$ .

Из сравнения этих данных и рис. 4 следует, что интервальный подход, благодаря учету ограничения  $e_{\text{max}}$  на погрешность измерения угла, дает гораздо более точные гарантированные оценки параметров процесса изменения курса и более точную трубку допустимых зависимостей.

## 5. Заключение

На основе стандартного статистического подхода и интервального подхода разработаны алгоритмы цифровой обработки зашумленной информации курсового угла судна с цифрового магнитного компаса.

В условиях неопределенности вероятностных характеристик погрешностей измерения угла в ЦМК, интервальный подход дает более точные гарантированные оценки параметров процесса изменения курса и более точную трубку допустимых зависимостей.

Исследование показало, что в указанных условиях стандартный и интервальный подходы дополняют друг друга и позволяют более широко проводить качественный и количественный анализ данных.

**Благодарности.** Авторы выражают благодарность доктору технических наук, профессору В.Э. Иванову за научное руководство работой и помощь при проведении исследований и написании данной статьи. Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект № 18-01-00410.

**Acknowledgement.** The authors of the paper express their sincere gratitude to Prof. V. E. Ivanov, Doctor of Engineering, for the continuous support of the study, research and this paper writing. The work is partly accomplished with the assistance of RFBR, the project № 18-01-00410.

## Список использованных источников

1. *Performance standards for gyro-compasses.* A./Res.424(XI). IMO; 1979. Available at: [https://puc.overheid.nl/nsi/doc/PUC\\_2467\\_14/1/](https://puc.overheid.nl/nsi/doc/PUC_2467_14/1/)
2. *Magnetic compasses carriage and performance standards.* A./Res.382(X). IMO; 1977. Available at: [https://puc.overheid.nl/nsi/doc/PUC\\_2469\\_14/1/](https://puc.overheid.nl/nsi/doc/PUC_2469_14/1/)
3. МИ 2083–93. *Определение результатов и змерений и оценка их погрешностей.* Рекомендации. Государственная система обеспечения единства измерений. М.: Госстандарт; 1993.
4. Р 40.2.028–2003. *Рекомендации по построению калибровочных характеристик. Оценка погрешностей (неопределенности) линейных калибровочных характеристик. Применение Метода наименьших квадратов.* Рекомендации. Государственная система обеспечения единства измерений. М.: Госстандарт; 2003.
5. Канторович Л.В. О некоторых новых подходах к вычислительным методам и обработке наблюдений. *Сибирский математический журнал.* 1962;3(5):701–709.
6. Жолен Л., Киффер М., Дидри О., Вальтер Э. *Прикладной интервальный анализ.* М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика; Институт компьютерных исследований; 2007.
7. Хансен Э., Уолстер Дж., Уолстер У. *Глобальная оптимизация с помощью методов интервального анализа.* М.; Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика; 2010.

8. Шарый С.П. *Конечномерный интравальный анализ*. Новосибирск: XYZ; 2018. Режим доступа: <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf>

9. Kumkov S.I. An estimation problem of chemical process with confluent parameters: an interval approach. *Reliable Computing*. 2016;22:15–25. Available at: <http://sector3.imm.uran.ru/stat/reliable-computing-22-pp-015-025.pdf>

10. Kumkov S.I., Mikushina Yu.V. Interval approach to identification of catalytic process parameters. *Reliable Computing*. 2013;19(2):197–214. Available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.478.9203&rep=rep1&type=pdf>

11. Кумков С.И. Обработка экспериментальных данных ионной проводимости расплавленного электролита методами интервального анализа. *Расплавы*. 2010;(3):86–96.

12. Потапов А.М., Кумков С.И., Sato Y. Обработка экспериментальных данных по вязкости при одностороннем смещении ошибок измерения. *Расплавы*. 2010;(3):55–70.

## References

1. *Performance standards for gyro-compasses*. A./Res.424(XI). IMO; 1979. Available at: [https://puc.overheid.nl/insi/doc/PUC\\_2467\\_14/1/](https://puc.overheid.nl/insi/doc/PUC_2467_14/1/)

2. *Magnetic compasses carriage and performance standards*. A./Res.382(X). IMO; 1977. Available at: [https://puc.overheid.nl/insi/doc/PUC\\_2469\\_14/1/](https://puc.overheid.nl/insi/doc/PUC_2469_14/1/)

3. MI 2083-93. *Definition of measuring results and estimation of their errors*. Recommendations. The State System for Providing Unification of Measurements. Moscow: Gosstandart; 1993. (In Russ.)

4. R 40.2.028–2003. *Recommendations of building the calibration characteristics. Estimation of errors (uncertainties) of linear calibration squares mean method*. Recommendations. The State System for Providing Unification of Measurements. Moscow: Gosstandart; 2003. (In Russ.)

5. Kantorovich L.V. On some new approaches to computational methods and procession of observations. *Sibirskii matematicheskii zhurnal*. 1962;3(5):701–709. (In Russ.)

6. Jaulin L., Kiffer M., Didrit O., Walter E. *Applied interval analysis*. London: Springer; 2001.

7. Hansen E., Walster G. W. *Global optimization using interval analysis*. New York; Basel: Marcel Dekker, Inc.; 2004.

8. Shary S.P. *Finite dimensional interval analysis*. Novosibirsk: XYZ; 2018. Available at: <http://www.nsc.ru/interval/Library/InteBooks/SharyBook.pdf> (In Russ.)

9. Kumkov S.I. An estimation problem of chemical process with confluent parameters: an interval approach. *Reliable Computing*. 2016;22:15–25. Available at: <http://sector3.imm.uran.ru/stat/reliable-computing-22-pp-015-025.pdf>

10. Kumkov S.I., Mikushina Yu.V. Interval approach to identification of catalytic process parameters. *Reliable Computing*. 2013;19(2):197–214. Available

at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.478.9203&rep=rep1&type=pdf>

11. Kumkov S.I. Processing the experimental data on ion conductivity of molten electrolyte by interval analysis methods. *Rasplavy*. 2010;(3):86–96. (In Russ.)

12. Potapov A.M., Kumkov S.I., Sato Y. Processing the experimental data on viscosity under one-side shift of measuring errors. *Rasplavy*. 2010;(3):55–70. (In Russ.)

### Информация об авторах

**Хау Ву Ксан** — инженер, аспирант, Институт радиоэлектроники и информационных технологий, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия.

**Кумков Сергей Иванович** — старший научный сотрудник, кандидат технических наук, Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского, Уральское отделение Российской академии наук; доцент, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Екатеринбург, Россия.

### Information about the authors

**Hau Vu Xuan** — Engineer, aspirant, Institute of Radioelectronics and Information Thechnoloies, Ural Federal University named after First President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

**Sergey I. Kumkov** — Senior Research Scientist, Cand. Techn. Sci., N.N. Krasovskii Institute of Mathematics and Mechanics, Ural Branch of Russian Academy of Sciences; Associate Professor, Institute of Radioelectronics and Information Thechnoloies, Ural Federal University named after First President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russia.

Поступила / Received: 01.12.2018

Принята в печать / Accepted: 28.12.2018